Mise en Cohérence des Objectifs de TIPE (MCOT)
Comment optimiser la tournée d'un livreur ?

Positionnement thématique

INFORMATIQUE (Informatique pratique), INFORMATIQUE (Informatique théorique), MATHÉMATIQUES (Autres)

Mots-clefs

Mots-clefs – Problème du voyageur de commerce – Cycle hamiltonien – Algorithmes génétiques – Algorithme de colonies de fourmis – Heuristique

Keywords – Travelling salesman problem – Hamiltonian path – Genetic algorithm – Ant colony optimization algorithm – Heuristic

Bibliographie commentée

Un livreur doit servir le plus rapidement possible un certain nombre de clients répartis dans une ville. Pour cela, il lui est utile de pouvoir trouver le plus court cycle démarrant de son entrepôt, passant une et une seule fois devant chaque point de livraison et revenant à son point de départ. Cette situation correspond au problème du voyageur de commerce. Ce problème consiste à déterminer, étant donné un ensemble de points et leur distance deux à deux, le plus court cycle hamiltonien dans un graphe complet non orienté pondéré par la longueur de ses arêtes [1].

Cependant, selon la taille du graphe étudié, il n'est pas toujours envisageable de trouver le plus court cycle en un temps raisonnable. En effet, le problème du voyageur est NP-complet : on ne connaît donc à ce jour pas d'algorithme de complexité polynomiale permettant de le résoudre [2]. Néanmoins, en supposant l'inégalité triangulaire vérifiée par les poids des arêtes, ce qui se rapproche bien des conditions réelles, nous disposons d'algorithmes d'approximation efficaces. Par exemple, la construction d'un cycle à partir d'un arbre couvrant minimal permet d'obtenir une 2-approximation du résultat, c'est à dire que le cycle obtenu sera, dans le pire des cas, 2 fois plus long que le cycle optimal avec une complexité temporelle de $O(n^2)$[3]. L'algorithme de Christofides [4], utilisant à la fois la construction d'un arbre couvrant minimal et la recherche d'un couplage minimum, permet d'obtenir une 3/2-approximation du résultat avec une complexité de $O(n^3)$, approximation très proche des meilleurs algorithmes actuels.

Si les algorithmes déterministes présentés ci-dessus fournissent des résultats corrects, avec une complexité relativement faible, une autre classe d'algorithmes, dits génétiques, présentent des résultats intéressants en se basant notamment sur des méta-heuristiques. Parmi eux, les algorithmes de type colonies de fourmis recherchent un cycle court en s'inspirant des vraies colonies de fourmis [5]. Un nombre fixé de fourmis construisent chacune un cycle hamiltonien, en choisissant leur prochaine destination grâce à une heuristique. Cette heuristique peut notamment faire intervenir la distance entre les deux sommets ou encore la quantité de phéromones présente sur le chemin [6]. Les phéromones déposées par chaque fourmi sur les arêtes qu'elle a parcourues en quantité proportionnelle à la rapidité de son cycle représentent ainsi comme pour les vraies fourmis l'attractivité d'une arête. En répétant un certain nombre de fois cette opération, les plus courts cycles se dessinent peu à peu.

Les algorithmes d'optimisation par colonies de fourmis, s'ils ne garantissent pas la solution optimale, permettent en pratique d'obtenir de bons résultats, souvent meilleurs que les algorithmes classiques. Ils sont en revanche un peu plus lents, mais restent de complexité polynomiale et utilisables raisonnablement sur des cycles allant jusqu'à une centaine de sommets [7].

Problématique retenue

Mettre en oeuvre un algorithme génétique de type colonies de fourmis appliqué au problème du voyageur de commerce afin d'en comparer les performances à celles d'autres algorithmes d'optimisation.

Objectifs du TIPE

Étudier les algorithmes de colonies de fourmis de la façon suivante :

1. Analyse du problème : comprendre les aspects théoriques du problème du voyageur de commerce.
2. Construction des témoins : modéliser le problème du voyageur de commerce (Python) et proposer différents algorithmes simples servant de témoins.
3. Simulation numérique : mettre en oeuvre un algorithme de colonies de fourmis construisant un cycle hamiltonien, ajuster les différents paramètres de convergence vers un bon cycle et étudier la complexité. Comparer avec les algorithmes témoins selon le nombre de sommets considérés.

Références

[1] David L. Applegate, Robert E.Bixby, Vašek Chvátal et William J. Cook : *The Traveling Salesman Problem : A Computational Study*, pages 1–5. 2006.

[2] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest et Clifford Stein : *Introduction to Algorithms*, chapitre 35.2. The MIT Press, 2022.

[3] Jean-Claude Fournier : *Théorie des graphes et applications*, chapitre 11.4, pages 257–261. Hermes, 2011.

[4] Nicos Christofides : Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem. *Graduate School of Industrial Administration*, 1976.

[5] Andrea Costanzo, Thé Van Luong et Guillaume Marill : Optimisation par colonies de fourmis. 2006.

[6] Alberto Colorni, Marco Dorigo et Vittorio Maniezzo : Distributed optimization by ant colonies. Proceedings of ECAL91 - European Conference on Artificial Life, Paris, 1991.

[7] Hicham El Hassani, Ahmed Haroun Sabry, Benkachcha Said et Jamal Benhra : Comparaison de l'optimisation par colonies de fourmis et des algorithmes génétiques pour la résolution du problème du voyageur de commerce. *Laboratoire LISER*, 2015.